PRIMER TALLER ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS II

Presentado por:

CÉSAR ALFREDO ARÉVALO MATAMOROS
Cód. 7302231

Presentado a:

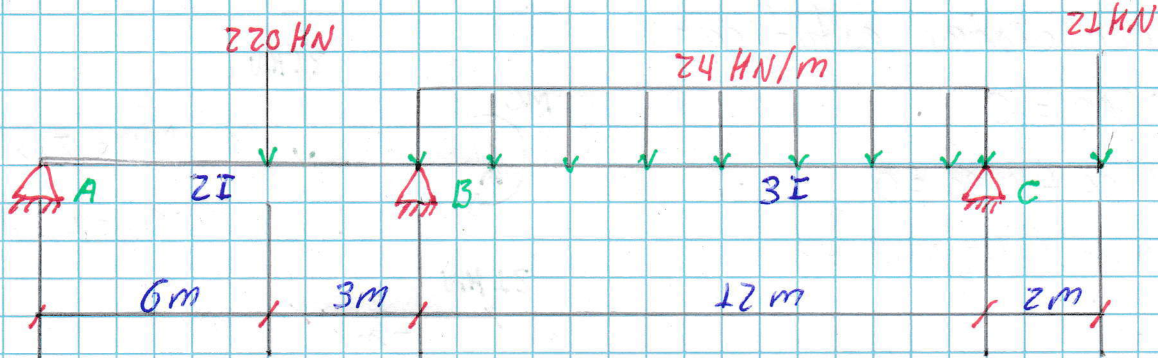
Ing. DARWIN MORA VILLOTA

UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA
(UMNG)
ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS SÉPTIMO SEMESTRE
INGENIERIA CIVIL A DISTANCIA

BOGOTÁ D.C. 14 DE SEPTIEMBRE DE 2016

Solución punto 1

Empleando el método de pendiente deflexión (slope deflexion) calcular los momentos y reacciones en los apoyos y dibujar los diagramas de fuerza cortante y momento flector en las siguientes vigas y pórticos hiperestáticos. En los pórticos dibuje también el diagrama de fuerza normal.



- Momentos de empotramiento perfecto

$$M^F_{AB} = \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{220\,KN\,(6m)(3m)^2}{(9m)^2} = 146{,}7\ KNm$$

$$M^F_{BA} = \frac{Pa^2b}{L^2} = -\frac{220\,KN(6m)^2(3m)}{(9m)^2} = -293{,}3\ KNm$$

$$M^F_{BC} = -M_{CB} = \frac{WL^2}{12} \Rightarrow \frac{24\,KNm\,(12m)^2}{12} = 288\ KNm$$

$$M^F_{CB} = -288\ KNm.$$

- Rigideces relativas

$$K_{AB} = \frac{2I}{9} = \frac{2I}{9} \qquad 8$$

$$\times \frac{36}{I}$$

$$K_{BC} = \frac{3I}{12} = \frac{I}{4} \qquad 9$$

- Ecuaciones de pendiente deflexión

$M_{AB} = 146,7 + 8(-2\theta_A - \theta_B)$

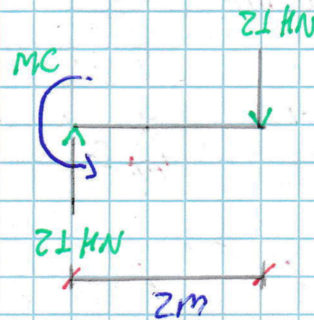
$M_{BA} = -293,3 + 8(-2\theta_B - \theta_A)$

$M_{BC} = 288 + 9(-2\theta_B - \theta_C)$

$M_{CB} = -288 + 9(-2\theta_C - \theta_B)$

- Condiciones estáticas

1. $M_{AB} = 0$
2. $M_{BA} + M_{BC} = 0$
3. $M_{CB} + 42\ KNm = 0$



$M_D = 21 \times 2$

$M_D = 42\ KNm$

- Aplicando las ecuaciones tenemos

1. $-16\theta_A - 8\theta_B = -146,7$
2. $-8\theta_A - 34\theta_B - 9\theta_C = 5,3$
3. $-9\theta_B - 18\theta_C = 246$

- Resolviendo las ecuaciones se tiene

$\theta_A = 8,2991$

$\theta_B = 1,7392$

$\theta_C = -14,5363$

- Reemplazando los ángulos de giro $\theta_A, \theta_B, \theta_C$ en las ecuaciones de pendiente deflexión tenemos

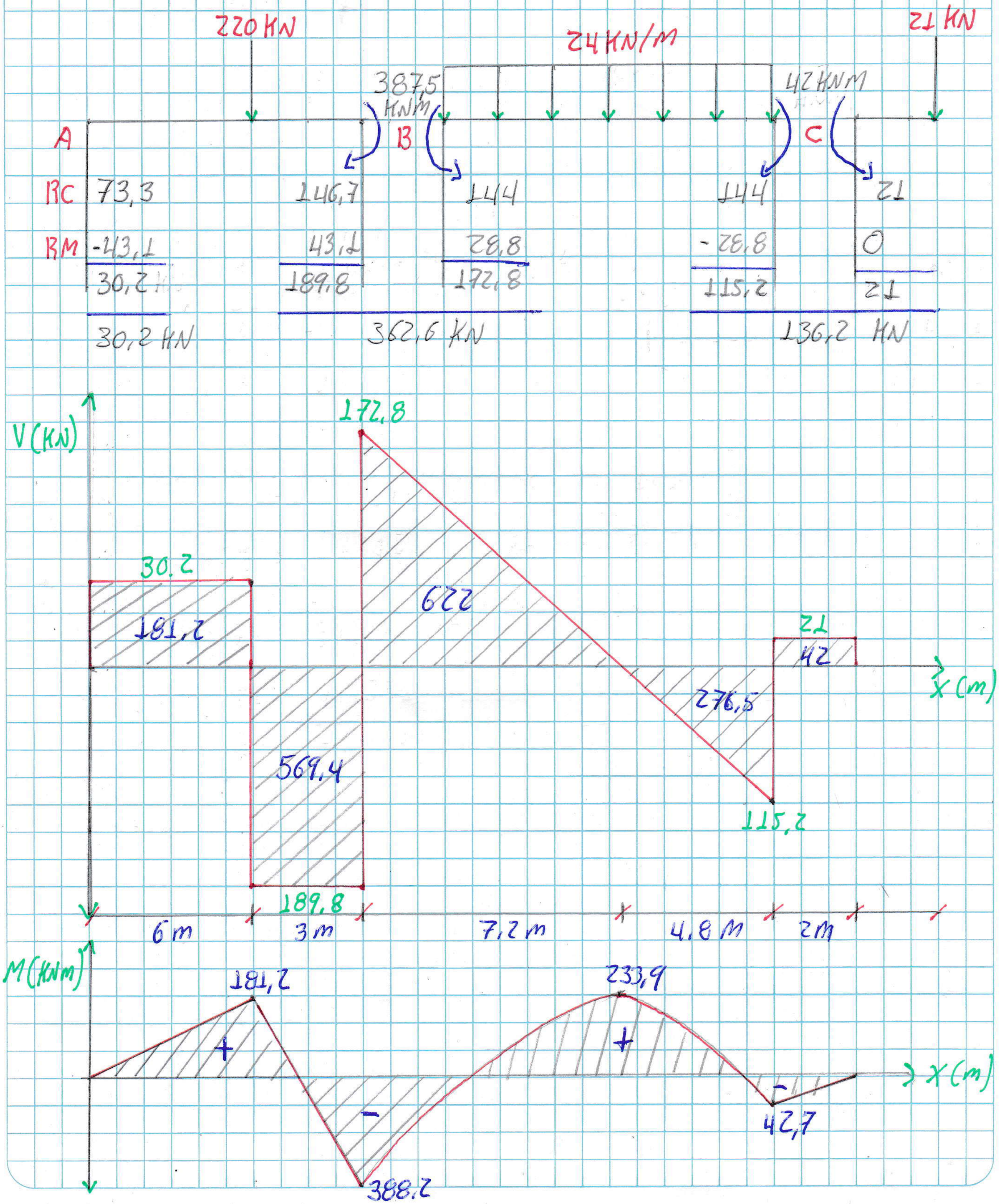
$M_{AB} = 146,7 + B[-2(8,2991) - 1,7392] = 0$

$M_{BA} = -293,3 + 8[-2(1,7392) - 8,2991] = -387,5\ KNm$

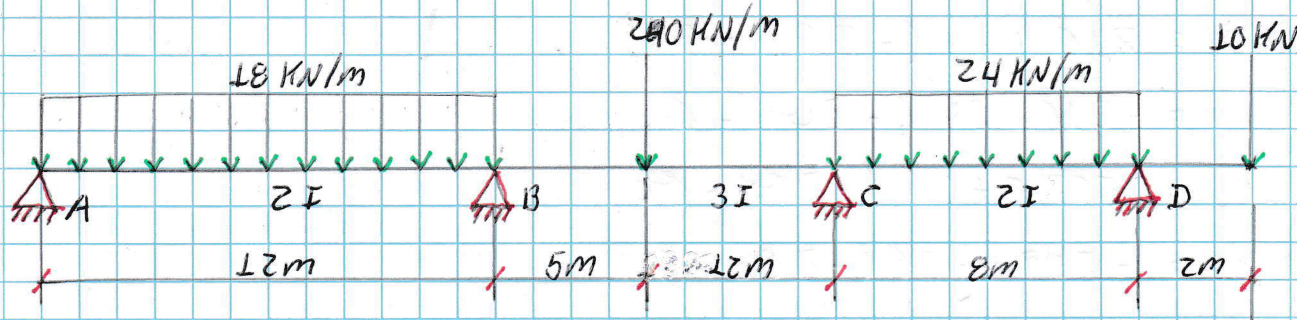
$M_{BC} = 288 + 9[-2(1,7392) - (-14,5363)] = 387,5\ KNm$

$M_{CB} = -288 + 9[-2(-14,5363) - (1,7392)] = -42\ KNm$

Calculo de Ecuaciones



Solución Punto 2



- Momentos de empotramiento perfecto

$$M^F_{AB} = -M_{BA} = \frac{WL^2}{12}$$

$$M^F_{AB} = -M_{BA} = \frac{18\,KN/m\,(12m)^2}{12} = 216\,KNm$$ ✓

$$M^F_{BC} = \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{240\,KN/m\,(5m)(12m)^2}{(17m)^2} = 597.9\,KNm$$ ✓

$$M^F_{CB} = -\frac{Pa^2b}{L^2} = -\frac{240\,KN/m\,(5m)^2(12m)}{(17m)^2} = -249.1\,KNm$$ ✓

$$M^F_{CD} = M_{CD} = \frac{WL^2}{12}$$

$$M^F_{CD} = -M_{CD} = \frac{24\,KN/m\,(8m)^2}{12} = 128\,KNm$$ ✓

- Rigideces relativas

$K_{AB} = \frac{2I}{12} = \frac{I}{6}$ 34 ✓

$K_{BC} = \frac{3I}{17} = \frac{3I}{17} \times \frac{204}{I}$ 36 ✓

$K_{CD} = \frac{2I}{8} = \frac{I}{4}$ 51 ✓

- Ecuaciones de pendiente deflexión

$M_{AB} = 216 + 34\,(-2\theta A - \theta B)$

$M_{BA} = -216 + 34\,(-2\theta B - \theta A)$

$M_{BC} = 597{,}9 + 36\,(-2\theta B - \theta C)$

$M_{CB} = -249{,}1 + 36\,(-2\theta C - \theta B)$

$M_{CD} = 128 + 51\,(-2\theta C - \theta D)$

$M_{DC} = -128 + 51\,(-2\theta D - \theta C)$

- Condiciones Estáticas.

1. $M_{AB} = 0$
2. $M_{BA} + M_{BC} = 0$
3. $M_{CB} + M_{CD} = 0$
4. $M_{DC} + 20\ KNm$

- Aplicando las Ecuaciones tenemos

1. $-68\,\theta A - 34\,\theta B = -216$
2. $-34\,\theta A - 140\,\theta B - 36\,\theta C = -381{,}9$
3. $-36\,\theta B - 174\,\theta C - 51\,\theta D = 121{,}1$
4. $-51\,\theta C - 102\,\theta D = 108$

- Resolviendo las ecuaciones se tiene.

$\theta A = 1{,}9068$

$\theta B = 2{,}5392$

$\theta C = -1{,}0674$

$\theta D = -0{,}5251$

- Reemplazando los angulos de giro θA, θB, θc, θD en las ecuaciones de pendiente de Flexion tenemos.

$$M_{AB} = 216 + 34\left[-2(1,9068) - (2,5393)\right] = 0$$

$$M_{BA} = -216 + 34\left[-2(2,5392) - (1,9068)\right] = -453,5 \text{ KNm.}$$

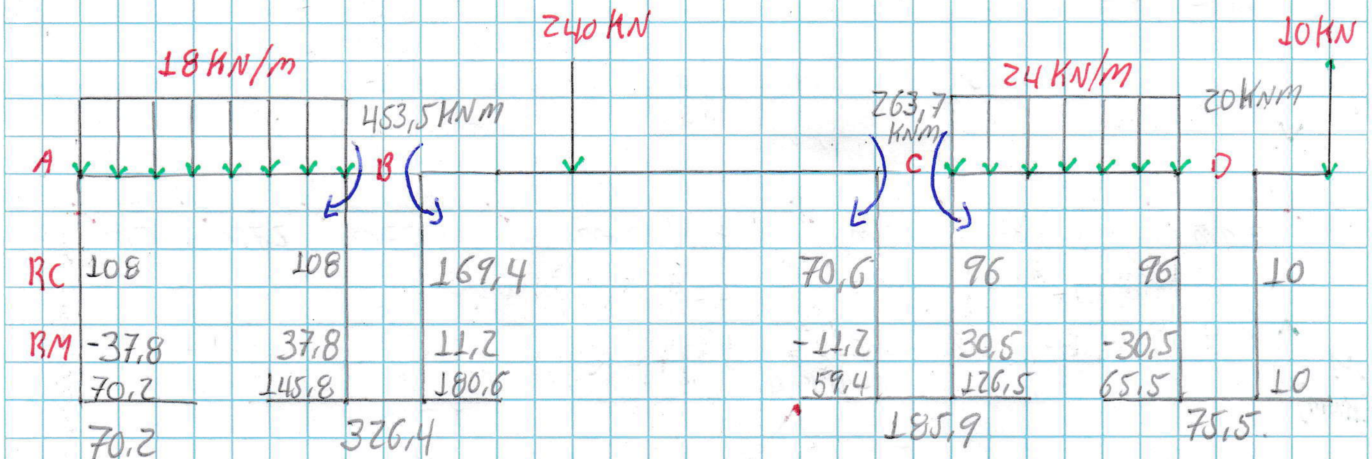
$$M_{BC} = 597,9 + 36\left[-2(2,5392) - (-1,0674)\right] = 453,5 \text{ KNm.}$$

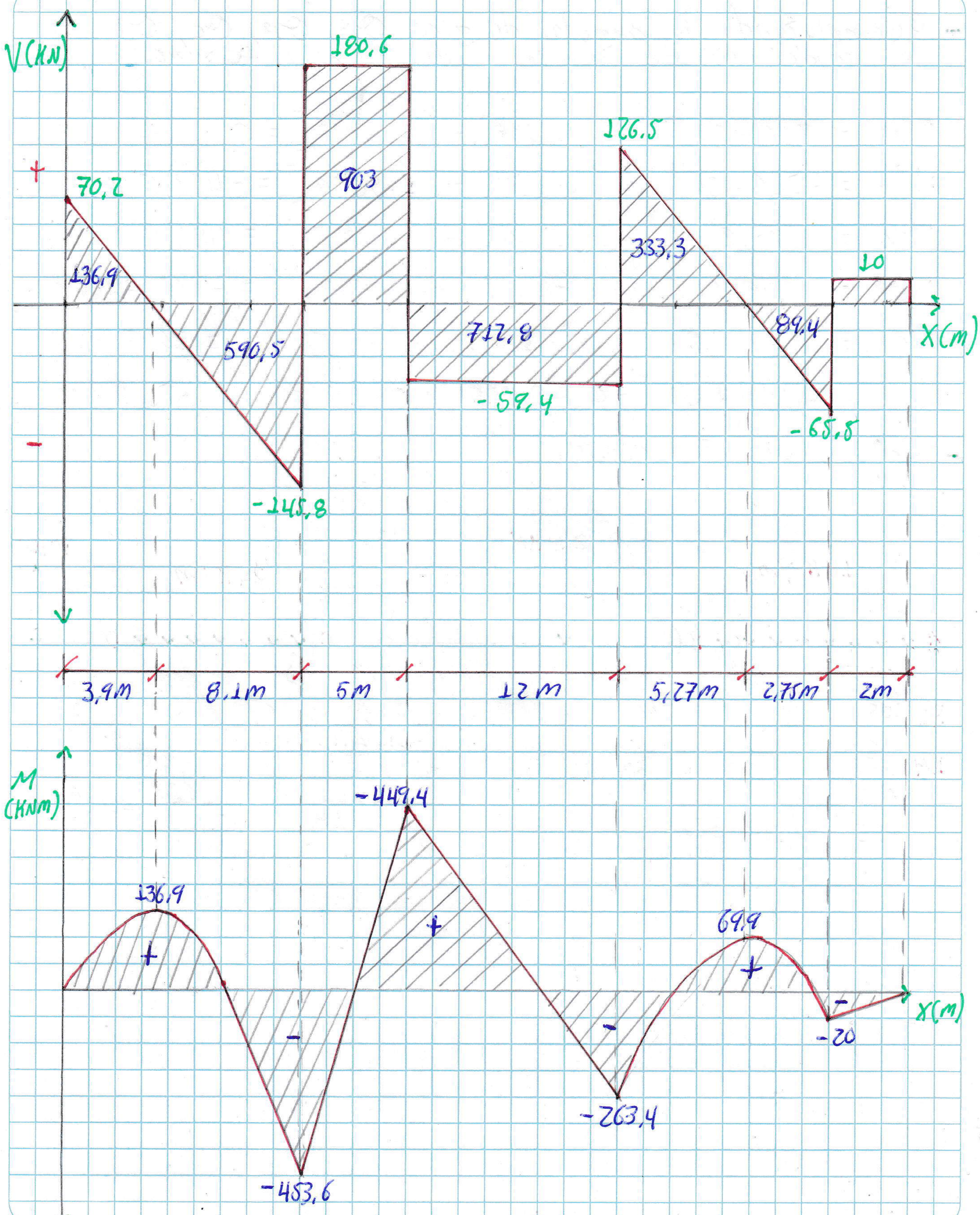
$$M_{CB} = -249,1 + 36\left[-2(-1,0674) - (2,5393)\right] = -263,7 \text{ KNm}$$

$$M_{CD} = 128 + 51\left[-2(-1,0674) - (-0,5251)\right] = 263,7 \text{ KNm}$$

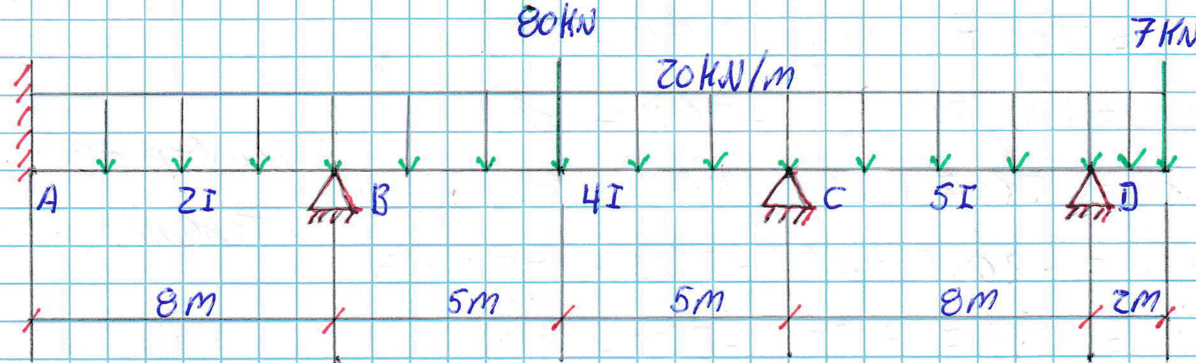
$$M_{CD} = -128 + 51\left[-2(-0,5251) - (-1,0674)\right] = -20 \text{ KNm.}$$

- Calculo de Ecuaciones




V(KN)
+
-
70,2
136,9
590,5
-145,8
180,6
903
712,8
-59,4
126,5
333,3
89,4
-65,8
10
X(m)
3,9m
8,1m
5m
12m
5,27m
2,75m
2m
M (KNm)
136,9
+
-
-453,6
-449,4
+
-
-263,4
69,9
+
-
-20
X(m)

Solucion punto 3



Momentos de empotramiento perfecto

$$M^F_{AB} = -M^F_{BA} = \frac{WL^2}{12} = \frac{20\,KN/m\,(8m)^2}{12} = 106{,}7\ KNm$$

$$M^F_{BC} = -M^F_{CB} = \frac{WL^2}{12} = \frac{20\,KN/m\,(10m)^2}{12} = 166{,}7\ KNm$$

$$M^F_{BC} = \frac{Pab^2}{L} = \frac{8\,KN\,(5m)(5m)^2}{10} = 100\ KNm$$

$$M^F_{CB} = -\frac{Pa^2b}{L} = \frac{8\,KN\,(5m)^2(5m)}{10} = -100\ KNm$$

$$M^F_{CD} = -M^F_{DC} = \frac{WL^2}{12} = \frac{20\,KNm\,(8m)^2}{12} = 106{,}7\ KNm$$

Rigideces Negativas

$$K_{AB} = \frac{2I}{8} = \frac{I}{4} \qquad 10$$

$$K_{BC} = \frac{4I}{10} = \frac{2I}{5} \quad \times \frac{40}{I} \qquad 16$$

$$K_{CD} = \frac{5I}{8} = \frac{5I}{8} \qquad 25$$

Ecuaciones de pendiente deflexión

$M_{AB} = 106,7 + 10(-2\theta_A - \theta_B)$

$M_{BA} = -106,7 + 10(-2\theta_B - \theta_A)$

$M_{BC} = 266,7 + 16(-2\theta_B - \theta_C)$

$M_{CB} = -266,7 + 16(-2\theta_C - \theta_B)$

$M_{CD} = 106,7 + 25(-2\theta_C - \theta_D)$

$M_{DC} = -106,7 + 25(-2\theta_D - \theta_C)$

Para $\theta_A = 0$

Tenemos

Condiciones Estaticas

$M_{BA} + M_{BC} = 0$

$M_{CB} + M_{CD} = 0$

$M_{DC} + 54\ KNm = 0$

Aplicando las ecuaciones tenemos

$-10\cancel{\theta_A} - 52\theta_B - 16\theta_C = 160\ KNm$

$-16\theta_B - 82\theta_C - 25\theta_D = 160\ KN/m$

$-25\theta_C - 50\theta_D = 52,7$

Resolviendo las Ecuaciones se tiene.

$\theta_A = 0$

$\theta_B = 3,9482$

$\theta_C = -2,832$

$\theta_D = 0,362$

Reemplazando los angulos de giro $\theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D$ en las ecuaciones de pendiente deflexión tenemos.

$$M_{AB} = 106,7 + 10\left[-2(0) - (3,9483)\right] = 67,2 \text{ KNm}$$

$$M_{BA} = -106,7 + 10\left[-2(3,9483) - (0)\right] = -185,7 \text{ KNm}$$

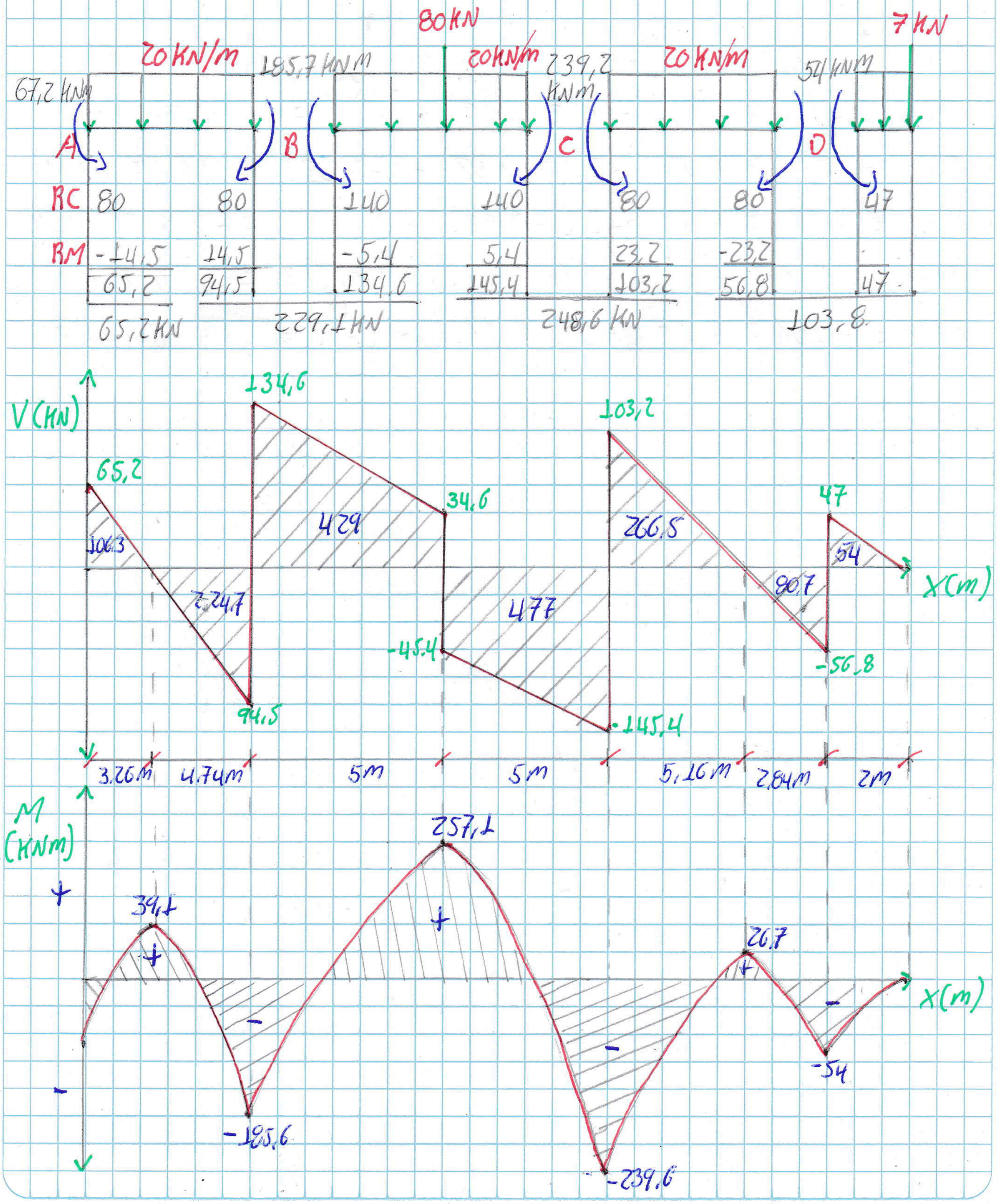
$$M_{BC} = 266,7 + 16\left[-2(3,9483) - (-2,832)\right. = 185,7 \text{ KNm}$$

$$M_{CB} = -266,7 + 16\left[-2(-2,832) - (0,362)\right. = -239,2 \text{ KNm}$$

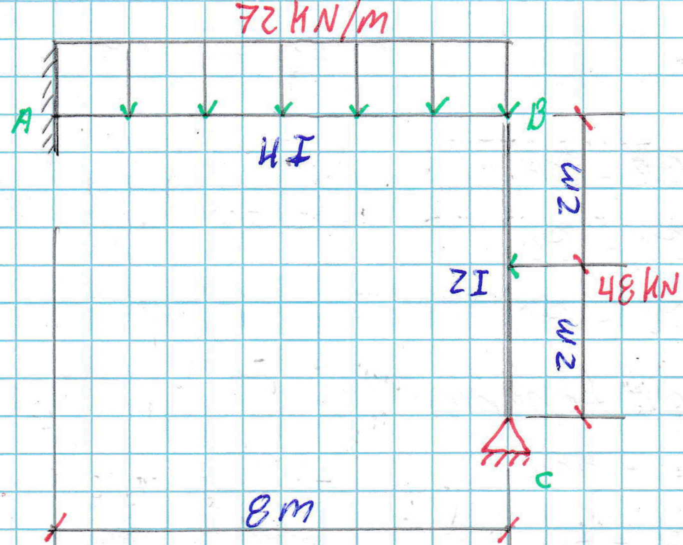
$$M_{CD} = 106,7 + 25\left[-2(-2,832) - (0,362)\right. = 239,2 \text{ KNm}$$

$$M_{DC} = -106,7 + 25\left[-2(0,362) - (-2,832)\right. = -54 \text{ KNm}$$

Calculo de ecuaciones



Solución punto 4



- Momentos de empotramiento perfecto

$$M^f_{AB} = -M^f_{BA} = \frac{wL^2}{12} = \frac{72\,KN/m\,(8m)^2}{12} = 384\ KNm$$

$$M^f_{BC} = \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{48\,KN\,(2m)\,(2m)^2}{(4m)^2} = 24\ KNm$$

$$M^f_{CB} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{48\,KN\,(2m)^2\,(2m)}{(4m)^2} = -24\ KNm$$

- Rigideces negativas

$$K_{AB} = \frac{4I}{8} = \frac{I}{2} \times \frac{2}{1} \quad 1$$

$$K_{BC} = \frac{2I}{4} = \frac{I}{2} \quad 1$$

- Condiciones geometricas

$$\theta_A = 0$$

- Condiciones estaticas

① $M_{BA} + M_{BC} = 0$

② $M_{BC} = \emptyset$

- Ecuaciones de pendiente deflexión

$M_{AB} = 384 + 1(-2\theta_A - \theta_B)$

$M_{BA} = -384 + 1(-2\theta_B - \theta_A)$

$M_{BC} = 24 + 1(-2\theta_B - \theta_C)$

$M_{CB} = -24 + 1(-2\theta_C - \theta_B)$

- Aplicando ecuaciones tenemos

(1) $-4\theta_B - \theta_C = 360$

(2) $-\theta_B - 2\theta_C = 24$

- Resolviendo ecuaciones tenemos

$\theta_A = 0$

$\theta_B = -99{,}4286$

$\theta_C = 37{,}7143$

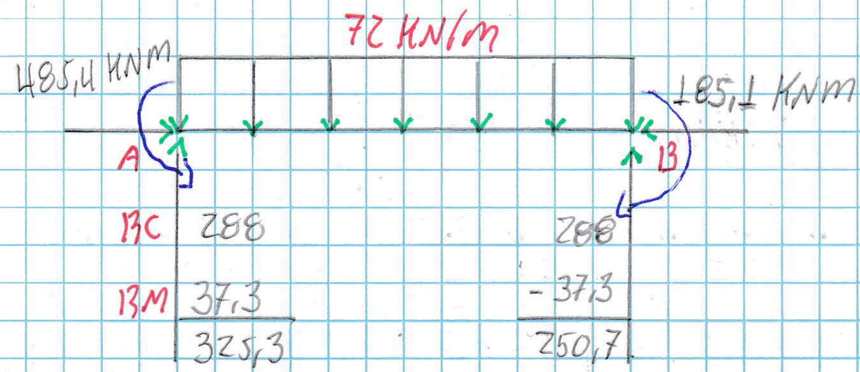
- Reemplazando los angulos de giro en θ_A, θ_B y θ_C en las ecuaciones de pendiente deflexion tenemos.

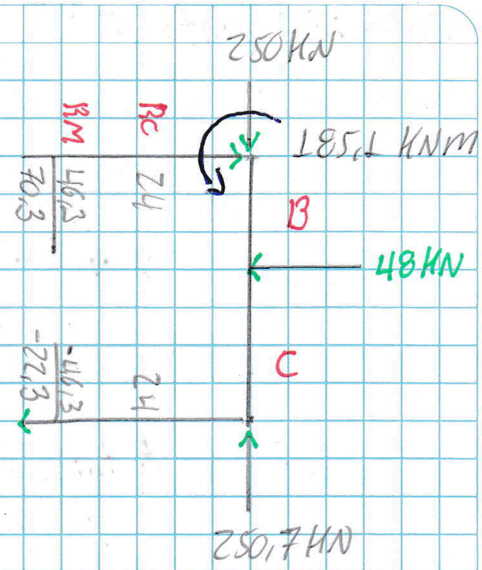
$M_{AB} = 384 + 1[-2(0) - (-99{,}4286)] = 483{,}4$ KNm

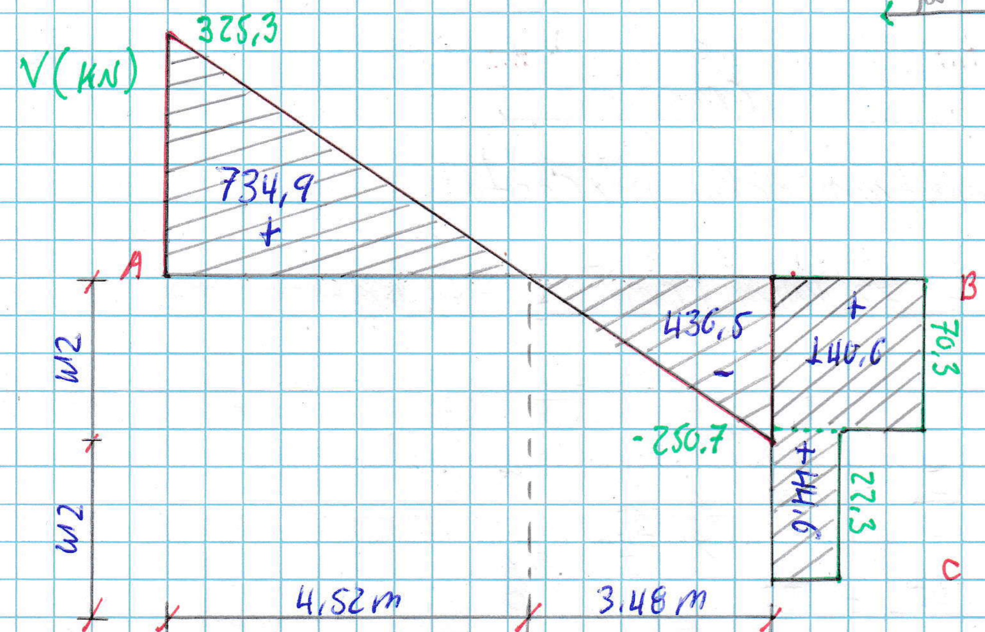
$M_{BA} = -384 + 1[-2(-99{,}4282) - (0)] = -185{,}1$ KNm

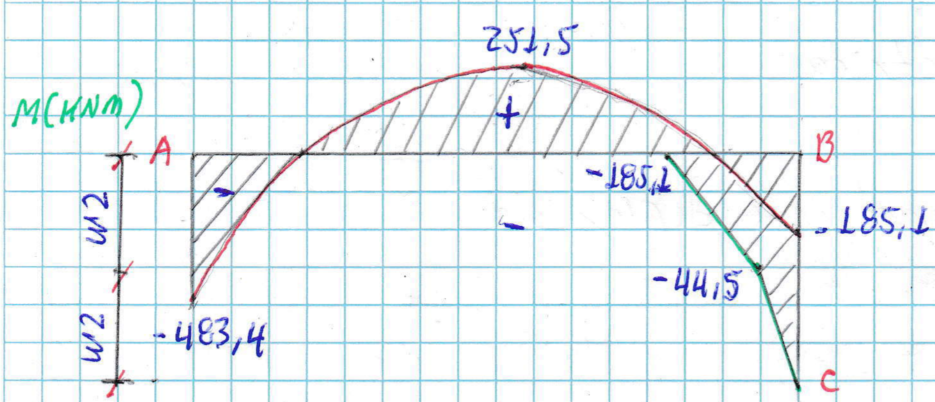
$M_{BC} = 24 + 1[-2(-99{,}4286) - (37{,}7143)] = 185{,}1$ KNm

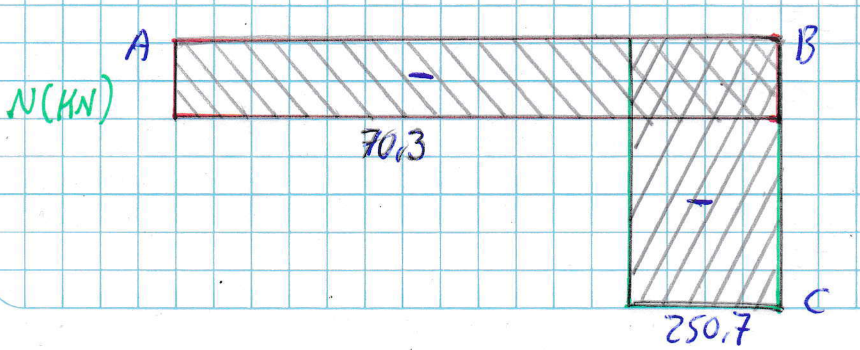
$M_{CB} = -24 + 1[-2(37{,}7143) - (-99{,}4286)] = 0$


72 KN/m
485,4 KNM
185,1 KNM
A
B
BC
BM
288
37,3
325,3
288
- 37,3
250,7

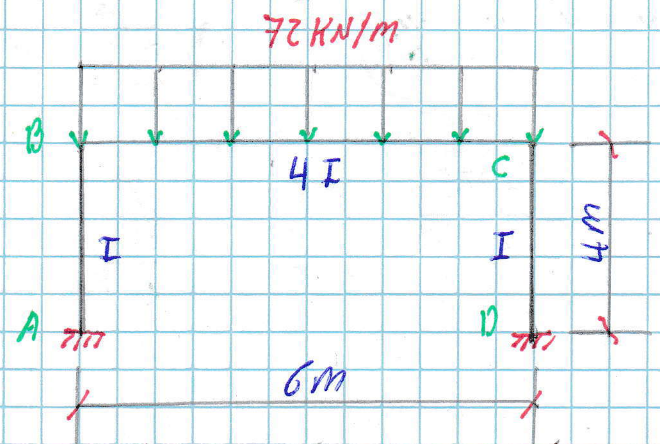

250 KN
185,1 KNM
BM
BC
70,3
46,3
24
B
48 KN
C
-22,3
-46,3
24
250,7 KN


V(KN)
325,3
734,9
+
A
B
436,5
-
+
140,6
70,3
-250,7
+
44,6
22,3
C
2m
2m
4,52 m
3,48 m


M(KNm)
251,5
+
A
B
-
-185,1
-
-185,1
-44,5
-483,4
C
2m
2m


N(KN)
A
B
-
70,3
-
C
250,7

Solución punto 5



- Momento de empotramiento perfecto

$$M^F_{BC} = -M^F_{CB} = \frac{72\ KN/m\ (6m)^2}{12} = 216\ KNm$$

- Rigideces

$$K_{AB} = K_{CD} = \frac{I}{4} = \frac{I}{4} \times \frac{12}{I} \quad 3$$

$$K_{BC} = \frac{4I}{6} = \frac{2I}{3} \quad 8$$

- Condiciones geométricas

$$\theta_A = \theta_D = 0$$

- Ecuaciones de pendiente deflexión

$$M_{AB} = 0 + 3\ (-2\theta_A - \theta_B)$$

$$M_{BA} = 0 + 3\ (-2\theta_B - \theta_A)$$

$$M_{BC} = 216 + 8\ (-2\theta_B - \theta_C)$$

$$M_{CB} = -216 + 8\ (-2\theta_C - \theta_B)$$

$$M_{CD} = 0 + 3\ (-2\theta_C - \theta_D)$$

$$M_{DC} = 0 + 3\ (-2\theta_D - \theta_C)$$

- Condiciones estáticas

(1) $M_{AB} + M_{BC} = 0$

(2) $M_{CB} + M_{CD} = 0$

- Ecuaciones de pendiente deflexión

(1) $-3\theta_A - 22\theta_B - 8\theta_C = -216$

(2) $-8\theta_B - 22\theta_C = 216$

- Resolviendo las ecuaciones tenemos

$\theta_A = 0$

$\theta_B = 15{,}4286$

$\theta_C = -15{,}4286$

$\theta_D = 0$

- Reemplazando los ángulos de giro en las ecuaciones tenemos:

$M_{AB} = 0 + 3[-2(0) - (-15{,}4286)] = -46{,}3$

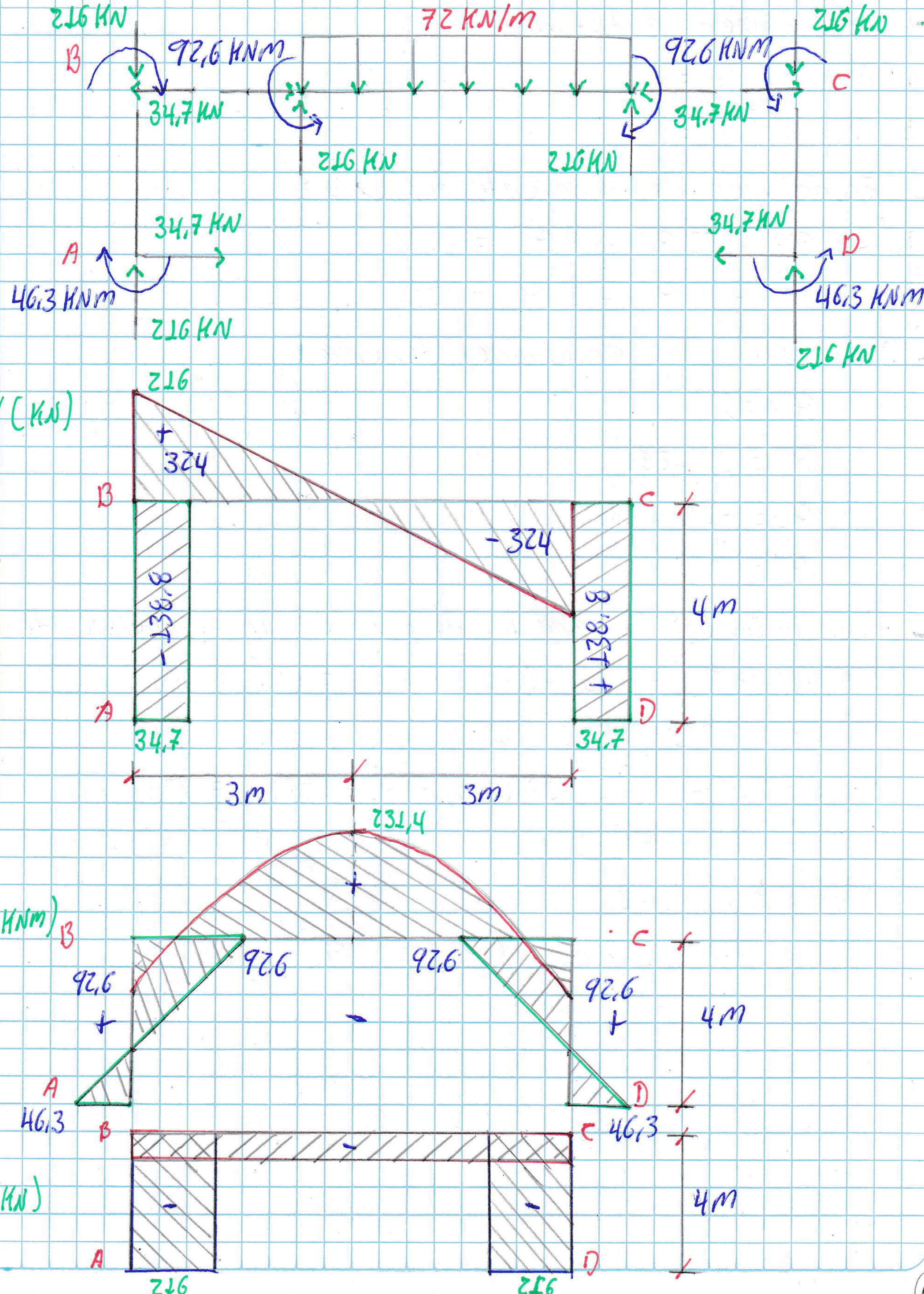
$M_{BA} = 0 + 3[-2(15{,}4286) - (0)] = -92{,}6$

$M_{BC} = 216 + 8[-2(-15{,}4286) - (-15{,}4286)] = 92{,}6$

$M_{CB} = -216 + 8[-2(-15{,}4286) - (15{,}4286)] = -92{,}6$

$M_{CD} = 0 + 3[-2(-15{,}4286) - (0)] = 92{,}6$

$M_{DC} = 0 + 3[-2(0) - (-15{,}4286)] = 46{,}3$


216 KN
72 KN/m
216 KN
B
92,6 KNM
92,6 KNM
C
34,7 KN
34,7 KN
216 KN
216 KN
34,7 KN
34,7 KN
A
D
46,3 KNM
46,3 KNM
216 KN
216 KN
V (KN)
216
+
324
B
C
- 324
- 138,8
+ 138,8
A
D
34,7
34,7
4m
3m
3m
231,4
M (KNM)
B
C
92,6
92,6
92,6
92,6
+
+
-
A
D
46,3
46,3
4m
B
C
N (KN)
-
-
-
A
D
216
216
4m